

THE XXI INTERNATIONAL MATHEMATICAL OLYMPIAD  
LONDON 1979

PROBLEMS PROPOSED BY GREECE.

GR1 Démontrez que:  $\frac{20}{60} < \sin 20^\circ < \frac{21}{60}$ .

GR2 Nous remarquons que si, à la fraction  $\frac{16}{64}$ , nous faisons la simplification pas régulière  $\frac{16}{64} = \frac{1}{4}$  nous aurons une égalité correcte.

Trouvez toutes les fractions, qui ont comme termes des nombres positifs de deux chiffres, pour lesquelles est correcte la simplification ci-dessus.

GR3 Elle est donnée la suite  $(a_n)$  à laquelle  $a_1 = 4$  et

$$a_{n+1} = a_n^2 - 2 \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

Démontrez qu'il y a un triangle dont les côtés ont comme longueur  $a_n - 1$ ,  $a_n$ ,  $a_n + 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$  et que l'aire de tout triangle pareil est donnée par un nombre entier.

GR4 Le tétraèdre régulier  $A_1B_1C_1D_1$  est inscrit au tétraèdre régulier  $ABCD$ . C'est-à-dire le sommet  $A_1$  se trouve sur la face  $BCD$ , le sommet  $B_1$  sur la  $ACD$  etc.

Démontrez que :  $A_1B_1 \geq \frac{AB}{3}$ .

GR5 Existe-t-il des systèmes de logarithmes où un nombre réel et positif est égal à son logarithme?